

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Επιμέλεια: Κατερίνα Καρτσώνη, Μαθηματικός

ΑΝΑΛΥΣΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = kx^2 \ln \frac{1}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(e, -e^2)$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να βρείτε την τιμή του k .

γ) Για $k=1$

1) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $B(1, f(1))$

2) Να λύσετε την εξίσωση $f'(x)=0$

3) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της f

4) Να δείξετε ότι $1+2ex^2 \ln x \geq 0$ για κάθε $x > 0$

2. Έστω ότι η ευθεία $\varepsilon: y = -2x + 14$ εφάπτεται στη γραφική παράσταση της $f(x) = ax^3 + bx^2 - 9x + 10$ στο $x_0 = -1$.

α) Να βρείτε τα a, β

β) για $a=1$ και $\beta = -2$

1) Να βρείτε τα σημεία της C_f , στα οποία οι εφαπτομένες είναι παράλληλες στην ευθεία $y = -9x$

2) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της f ως προς x .

3) Να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - x}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\sqrt{2x-1} - 1}$

3. Ένα σώμα κινείται σε ένα άξονα με αρχή το O , έτσι ώστε η θέση σε χρόνο t να δίνεται από τον τύπο $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$

α) Να βρείτε την χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα βρίσκεται στο O .

β) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος σε χρόνο t και να προσδιορίσετε πότε το σώμα είναι ακίνητο.

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας και τη χρονική στιγμή που την παρουσιάζει.

δ) Πότε το σώμα κινείται στη θετική κατεύθυνση;

ε) Να δείχτεί ότι με την πάροδο του χρόνου η επιτάχυνση του σώματος συνεχώς αυξάνει.

στ) Να βρεθεί η μετατόπιση και το διάστημα που διανύει το κινητό από την χρονική στιγμή $t=0$ έως την χρονική στιγμή $t=4$